ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ

ΠΕΜΠΤΗ 19 ΜΑΪΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ) / ΝΕΟ ΣΥΣΤΗΜΑ Γ' ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ΕΝΔΕΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ Α

A_1 Θεωρία σχολικού βιβλίου, σελ. 28

A_2 Θεωρία σχολικού βιβλίου, σελ. 87

A_3 α) Σωστό, β) Λάθος, γ) Σωστό, δ) Σωστό, ε) Σωστό

ΘΕΜΑ Β

B_1

Αρ. πιστ. Καρτ. x_i	Αρ. υπαλλ. v_i	Αθρ.συχν. N_i	Σχετ.συχν.% $f_i\%$	$x_i v_i$
0	5	5	25	0
1	4	9	20	4
2	2	11	10	4
3	4	15	20	12
4	5	20	25	20
ΣΥΝΟΛΑ:	$v=20$		100	$\sum_{i=1}^{5} x_i v_i = 40$

B_2 $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{5} x_i v_i}{v} = \dfrac{40}{20} = 2$

B_3 $N_4 = 15$

B_4 $(f_3 + f_4 + f_5)\% = (10+20+25)\% = 55\%$

ΘΕΜΑ Γ

$\Gamma_1 \quad f'_{(x)} = \dfrac{x'(x^2+1) - x(x^2+1)'}{(x^2+1)^2} + (\dfrac{1}{2})' = \dfrac{x^2+1-x2x}{(x^2+1)^2} = \dfrac{1-x^2}{(x^2+1)^2}$

$\Gamma_2 \quad f'_{(-1)} = \dfrac{1-(-1)^2}{\left[(-1)^2+1\right]^2} = \dfrac{0}{4} = 0$

$$f'_{(1)} = \dfrac{1-1^2}{\left[(1)^2+1\right]^2} = \dfrac{0}{4} = 0$$

$\Gamma_3 \quad f'_{(x)} = 0,\ x_1 = -1 \ ή \ x_2 = 1 \ από \ \Gamma_2$

Επειδή $1 - x^2$ είναι πολυώνυμο 2^{ου} βαθμού δεν έχει άλλες ρίζες .

Χ	$-\infty$	-1		1		$+\infty$
$f'_{(x)}$	-	0	+	0	-	
$f_{(x)}$	↘		↗		↘	
		$f_{(-1)} = 0$ Τοπ. ελ.		$f_{(1)} = 1$ Τοπ. μεγ.		

$f_{(-1)} = \dfrac{-1}{(-1)^2+1} + \dfrac{1}{2} = -\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2}$ =0

$f_{(1)} = \dfrac{1}{1^2+1} + \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2} = \dfrac{2}{2} = 1$

- Για $x \in (-\infty, -1], [1, +\infty)$ η f είναι γνησίως φθίνουσα.
- Για $x \in [-1, 1]$ η f είναι γνησίως αύξουσα.
- Στο $x_1 = -1$ η f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο, το $f_{(-1)} = 0$
- Στο $x_2 = 1$ η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο, το $f_{(1)} = 1$

Γ_4 Επειδή $2015, 2016 \in [1, +\infty)$ όπου η f είναι γνησίως φθίνουσα ισχύει:

$$2015 < 2016 \Rightarrow f_{(2015)} > f_{(2016)}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ_1 $\alpha = \lim_{x\to4}\frac{x^2-6x+8}{x-4} \overset{\left(\frac{0}{0}\right)}{=} \lim_{x\to4}\frac{\cancel{(x-4)}(x-2)}{\cancel{x-4}} = 2$, γιατί $x^2-6x+8=(x-4)(x-2)$

Δ_2 Για $a=2$ η $f_{(x)}=x^2+2x-3$

$$f'_{(x)}=\left(x^2+2x-3\right)'=2x+2$$

Δ_3 Για $a=2$ η $f_{(x)}=x^2+2x-3$

Άρα $f'_{(x)}=2x+2$

$f_{(-2)}=\left(-2\right)^2+2(-2)-3=-3$ και $f'_{(-2)}=2\left(-2\right)+2=-2$

Έστω $y=\lambda x+\beta$ η εξίσωση της C_f στο $M\left(-2, f_{(-2)}\right)$

Τότε $\lambda = f'_{(-2)}=-2$

Άρα $y=-2x+\beta$ (1)

Το $M\left(-2,-3\right)$ επαληθεύει την εξίσωση (1) άρα $-3=-2(-2)+\beta \Rightarrow \beta=-7$

Άρα τελικά η ζητούμενη εξίσωση με λ=-2 και β= -7 είναι η : $y=-2x-7$

Δ_4 Ισχύει $y_i=-2x_i-7 \quad \mu\varepsilon \;\; i=1,2,3,4,5$

Άρα $\overline{y}_i=-2\overline{x}_i-7=-2\cdot2-7=-4-7=-11$